



## Quantificação de volume de árvores utilizando cubagem rigorosa, modelo de afilamento e modelo volumétrico

Julia Martins Dias de Oliveira<sup>1\*</sup>, Lucas da Silva Cardoso<sup>1</sup>, Laís Cândido Silva<sup>1</sup>, Larissa Souza de Oliveira<sup>1</sup>, Emanuel José Gomes de Araújo<sup>1</sup>, Marco Antonio Monte<sup>1</sup>

**RESUMO:** Este trabalho teve como objetivo comparar as estimativas de volume obtidas pelos modelos de Demaerschalk e Schumacher-Hall em relação ao volume real obtido pelo método de Smalian, em povoamentos de Eucalipto. Foram cubadas 108 árvores com idade de 7,5 anos. Os modelos ajustados foram os de Demaerschalk e Schumacher-Hall; a qualidade de ajuste foi realizada com base na diferença entre o volume real (Smalian) e o volume estimado. Foram calculados o BIAS, a raiz quadrada do erro médio (RQEM) e realizado o teste de betas, além do gráfico de resíduo normalizado. Os ajustes realizados apresentaram resultados satisfatórios, contudo o modelo de Demaerschalk, para volume total, apresentou diferença significativa para o teste de  $\beta_1$ . Os modelos de Demaerschalk para seção e Schumacher-Hall, apresentaram estimativas mais próximas do volume real. Sendo Schumacher-Hall mais recomendado, devido a maior facilidade de realizar o ajuste.

**Palavras-chave:** smalian, demaershalk, schumacher-hall.

## Quantification of tree volume using rigorous cubing, tapering model and volumetric model

**ABSTRACT:** This study aimed to compare the volume obtained by the Demaerschalk and Schumacher-Hall models in relation to the actual volume by the Smalian method in Eucalyptus stands. 108 trees aged 7.5 years were cubed. The adjusted models were Demaerschalk and Schumacher-Hall; the quality of fit was performed based on the difference between the actual volume (Smalian) and the estimated volume. The BIAS, the square root of the mean error (RQEM), were then calculated and the betas test was carried out, in addition to the normalized residual graphc. The adjustments demonstrated satisfactory results, however the Demaerschalk model, for the total volume, presented a difference for the  $\beta_1$  test. Demaerschalk models for section and Schumacher-Hall, source closer to the actual volume. The Schumacher-Hall was the most recommended model, due to the greater ease of carrying out the adjustment.

**Keywords:** smalian, demaershalk, schumacher-hall.

## INTRODUÇÃO

Dentre as atividades realizadas na mensuração florestal, a obtenção do volume do fuste das árvores é fundamental para auxiliar no planejamento e no dimensionamento da produção de madeira, representando uma informação essencial para a tomada de decisões. A quantificação do volume real pode ser realizada por diferentes métodos, sendo o mais usual a cubagem rigorosa, cujo dados permitem o ajuste de modelos volumétricos e de afilamento. A cubagem consiste no seccionamento do fuste de forma a obter os diâmetros em posições predefinidas do fuste (BATISTA et al., 2014).

A cubagem rigorosa é um método oneroso e, visando reduzir custos operacionais, utilizam-se equações volumétricas que permitem estimar o volume, com relativa facilidade de ajuste e boa acurácia (FARIAS et al., 2019). Andrade et al. (2019) avaliaram 40 trabalhos científicos e elencaram os dez modelos volumétricos mais usuais aplicados no

Brasil, e ressaltaram que os modelo de Schumacher-Hall e o de Spurr, que se destacaram por apresentarem melhor acurácia.

O volume de fuste pode ser estimado também por meio de funções de afilamento, sendo uma abordagem que se destaca no setor florestal em razão de proporcionar uma otimização dos produtos florestais (NICOLETTI et al., 2016). Estas funções consistem em modelos matemáticos que descrevem o perfil do tronco permitindo então estimar o diâmetro em diferentes alturas da árvore. Essa característica faz com que estes modelos tenham maior aplicabilidade para quantificar o sortimento do fuste. Contudo, a partir da integração destas funções é possível calcular o volume do fuste de árvores, que pode ser obtido a partir do cálculo de volume de seções pré-delimitadas ou de todo fuste (SCOLFORO, 2005). Estudos realizados por Schröder et al. (2013) e Stepka et al. (2017) comparando os dois tipos de modelo,

<sup>1</sup> Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

\* Email: [juliamdo96@gmail.com](mailto:juliamdo96@gmail.com)

demonstram um melhor desempenho dos modelos volumétricos.

Diante disso, acredita-se que o modelo volumétrico também se apresentará superior ao de afilamento no presente estudo. Neste contexto, objetiva-se comparar as estimativas de volume geradas pelos modelos de Demaerschalk e Schumacher-Hall em relação ao volume real obtido pelo método de Smalian em povoamentos de Eucalipto.

## MATERIAIS E MÉTODOS

### Área de estudo e coleta de dados

A área de estudo está localizada no município de Bocaiúva-MG. O clima é classificado como Aw, segundo a classificação de Köppen, com inverno seco e verão chuvoso (ALVARES et al., 2014).

Foram selecionadas e cubadas rigorosamente 108 árvores, com 7,5 anos, em povoamento clonal de *Eucalyptus* sp., utilizando o método da altura relativa, nas seguintes porcentagens relativas à altura total: 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85%; nessas posições foram medidos a altura de cada seção ( $h_i$ ) e os diâmetros das seções do fuste ( $d_i$ ). Também foram medidos o diâmetro a 1,30 m do solo (DAP) e altura total (Ht) de cada árvore.

### Modelos e qualidade do ajuste

O volume total de cada indivíduo foi obtido por meio do somatório dos volumes de cada seção, utilizando o método de Smalian, e o volume do topo (fórmula do volume do cone).

A princípio foi realizado uma análise exploratória

dos dados, obtendo os valores médios, mínimos e máximos para as variáveis DAP, Ht e volume da cubagem pelo método de Smalian.

O volume total foi estimado de três formas: a) utilizou-se a integral da equação de Demaerschalk, considerando os diâmetros das extremidades de cada seção ( $h_1$  e  $h_2$ ); o somatório do volume destas seções representa o volume total. b) considerou-se,  $h_2 = 0$ , o que possibilita estimar diretamente o volume total do fuste. c) ajustou-se o modelo de Schumacher-Hall, que permite também estimar o volume total (Tabela 1). As estimativas obtidas em cada uma destas metodologias foram comparadas com o volume real, calculado a partir do método de Smalian.

A significância dos coeficientes das regressões foi avaliada por meio do teste t, a 95% de probabilidade. A avaliação das estimativas de volume em cada equação foi realizada utilizando o BIAS (Equação 1), raiz quadrada do erro médio (RQEM) (Equação 2), teste de betas e gráfico de resíduo normalizado.

$$BIAS = n^{-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i) \quad (\text{Equação 1})$$

$$RQEM = \sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2} \quad (\text{Equação 2})$$

em que:  $Y_i$  = variável dependente, valores observados;  $\hat{Y}_i$  = Valores estimados da variável dependente; e  $n$  = número de observações.

Tabela 1: Modelos utilizados para realizar o ajuste e obter as estimativas de volume.

Autor	Modelo
Demaerschalk	$\hat{V} = \frac{\pi}{40.000} 10^{2\hat{\beta}_0} dap^{2\hat{\beta}_1} Ht^{2\hat{\beta}_2} \left[ \frac{(Ht - h_1)^{2\hat{\beta}_3 + 1} - (Ht - h_2)^{2\hat{\beta}_3 + 1}}{2\hat{\beta}_3 + 1} \right] + \varepsilon_i$
Schumacher-Hall	$\text{Ln}V_i = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}dap_i + \beta_2 \text{Ln}Ht_i + \varepsilon_i$

Em que: Ln = logaritmo neperiano; V= volume; Ht = altura total das árvores (m); dap = diâmetro a 1,30 m do solo (cm);  $h_1$  e  $h_2$  = altura da primeira e segunda seção, respectivamente;  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  = parâmetros do modelo;  $\varepsilon_i$  = erro aleatório.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os dados analisados apresentaram um DAP médio de 14,25 cm, em que seu valor mínimo foi de 3,92 cm e máximo de 19,29 cm. A variável altura apresentou variação entre 7,88 e 28,38 m, com média e 22,05 m. Os volumes obtidos pela cubagem rigorosa apresentaram média de 0,1832 m<sup>3</sup>, variando entre 0,0046 e 0,3293 m<sup>3</sup>.

Os coeficientes dos modelos de Demaerschalk e de Schumacher-Hall foram significantes pelo teste t (Tabela 2). As estimativas de volume, utilizando a equação de Demaerschalk, por seção, e Schumacher-Hall, apresentaram maior relação com o volume calculado com o método de Smalian, conforme evidenciado pelo parâmetro BIAS.

Tabela 2: Valores dos coeficientes para os dois modelos ajustados com sua respectiva significância

Modelo	Coeficientes			
	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
Demaerschalk	0,131184 ***	0,930856 ***	-0,796732 ***	0,792004 ***
Schumacher-Hall	-9,920583 ***	1,7617463 ***	1,1132262 ***	

Em que: \*\*\* = significância dos coeficientes a 0,001

Também, verificou-se que o volume estimado com a equação de Demaerschalk, utilizando  $h_2 = 0$ , apresentou diferença significativa, pelo teste de betas (Tabela 3), quando comparado ao volume calculado pelo método de Smalian.

Vale ressaltar que, no teste de betas as estimativas dos modelos também foram comparadas entre si, contudo não apresentam diferenças.

Tabela 3: Valor-p e parâmetros estatísticos para avaliar a qualidade das estimativas realizadas considerando as três formas de obtenção do volume testadas em comparação com o volume real obtido por Smalian.

Modelos	valor-p		BIAS	RQEM
	$\beta_0$	$\beta_1$		
Demaerschalk seção	0,181175796	0,075978073	0,0004	0,0064
Demaerschalk total	0,273378371	0,008378732*	0,0021	0,0071
Schumacher-Hall	0,167562952	0,090824524	-0,0004	0,0089

Em que: \* = valor-p apresentou diferença significativa no teste de betas a 95% de significância;  $\beta_0$  e  $\beta_1$  = valor-p referente ao teste de betas para  $\beta_0$  e  $\beta_1$ ; BIAS = erro médio da predição; RQEM = raiz quadrada do erro médio.

O modelo linearizado de Schumacher-Hall apresenta-se superior em diferentes estudos, como Azevedo et al. (2011) e Martins et al. (2015) quando comparado com outros modelos volumétricos. Além disso, Farias et al. (2019) e Schröder et al. (2013) encontraram resultados em que modelos volumétricos foram superiores as equações de afilamento na estimativa do volume total de árvores.

Na Figura 1 está indicada relação entre os volumes

estimados, em cada método com o volume calculado com o método de Smalian (volume observado), todos demonstraram boa correlação entre as estimativas e o valor real. Embora o modelo de Schumacher-Hall tenha apresentado pequena tendência nas estimativas de maior volume. Esse fato pode estar relacionado com o número de seções ao longo do fuste durante a cubagem, ao diâmetro inicial medido e até mesmo a altura total da árvore.

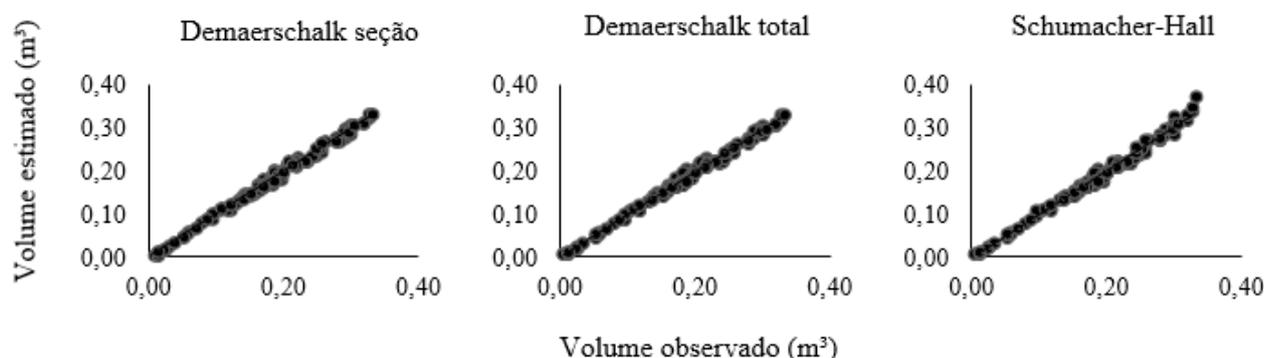


Figura 1 - Relação linear entre o volume estimado pelos três modelos testados e observado obtido pelo método de Smalian.

Em relação a distribuição gráfica dos resíduos normalizados, o modelo de Schumacher-Hall indicou maior homogeneidade para estimativas de volume até  $0,30 \text{ m}^3$  (Figura 2). A partir disso, para todos os métodos, houve uma tendência de aumento dos resíduos à medida que se aumenta o diâmetro das árvores; para o modelo de Schumacher-Hall houve um viés, com valores de resíduos maiores que  $-2$ . Na realidade a tendência de heterocedasticidade é

praticamente comum em estudos de volumetria, pois árvores com menores valores de altura têm menor variabilidade absoluta em volume que árvores com grandes dimensões (AHRENS, 1982). Os dois resíduos gerados por Demaerschalk, considerando o volume das seções e os volume total, foram semelhantes, não apresentando estimativas tendenciosas, contudo demonstram uma distribuição mais heterogênea dos resíduos em geral.

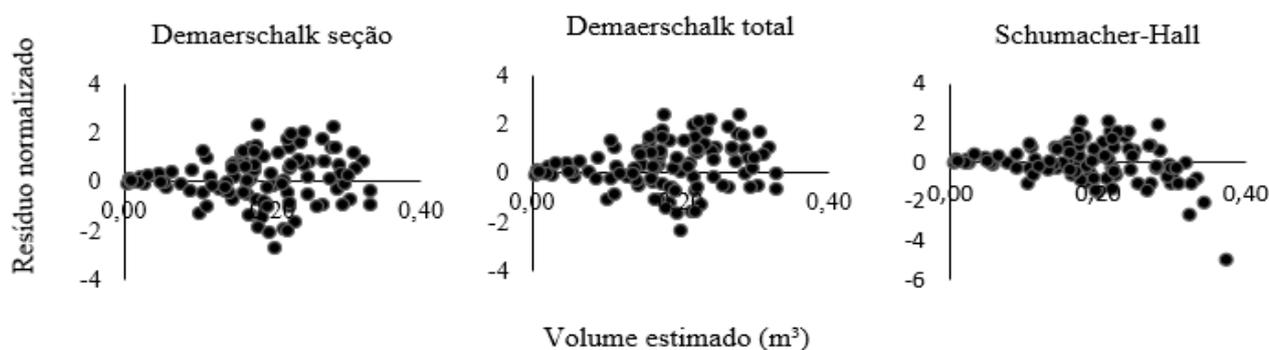


Figura 1: Distribuição dos resíduos normalizados para os modelos testados em relação a suas estimativas de volume.

## CONCLUSÃO

Conclui-se que os modelos Demaerschalk para seção e Schumacher-Hall, apresentam estimativas mais próximas do volume real. Contudo, vale destacar que ambos diferem pela complexidade do ajuste, sendo assim o mais recomendado o modelo de Schumacher-Hall para obtenção do volume total.

## REFERÊNCIAS

- AHRENS, S. Importância da distribuição dos resíduos de regressão na seleção de equações de volume. In: 4º CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 1982. Curitiba. **Anais Embrapa Florestas-Artigo em anais de congresso**. Curitiba: Embrapa. p. 609-614.
- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L.; SPAROVEK, G. Koppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1127/0941-2948/2013/0507>. Acesso em: 14 set. 2020.
- ANDRADE, V.C.L.; GAMA, R.D.C.; TERRA, D.L.C.V. Revisão sobre modelos volumétricos empregados em povoamentos florestais brasileiros. **Advances in Forestry Science**, v. 6, n. 1, p. 561-566, 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.34062/afs.v6i1.7313>. Acesso em: 14 set. 2020.
- AZEVEDO, G. B.; OLIVEIRA SOUSA, G. T.; BARRETO, P. A. B.; JÚNIOR, V. C. Estimativas volumétricas em povoamentos de eucalipto sob regime de alto fuste e talhadia no sudoeste da Bahia. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 31, n. 68, p. 309, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.4336/2011.pfb.31.68.309>. Acesso em: 15 set. 2020.
- BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z. DO; SILVA FILHO, D. F. DA. **Quantificação de recursos florestais: árvores, arvoredos e florestas**. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2014.
- FARIAS, K. J.; NICOLETTI, M. F.; AGUIAR, N. S. Quantificação do volume total por meio de modelos volumétricos e de afilamento em *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden. **Revista de Ciências Agroveterinárias**, Lages, v. 18, n. 1, p. 33-40, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.5965/223811711812019033>. Acesso em: 16 set. 2020.
- MARTINS, R. M.; LEITE, M. V. S.; CABACINHA, C. D.; ASSIS, A. L. Teste de identidade de modelos volumétricos para povoamentos de *Eucalyptus* sp. em sete municípios de Minas Gerais. **Enciclopédia Biosfera**, Goiânia, v. 11, n. 21, p. 1818-1833, 2015. Disponível em: <https://www.conhecer.org.br/enciclop/2015b/agrarias/teste%20de%20identidade.pdf>. Acesso em: 16 set. 2020.
- NICOLETTI, M.F.; MACHADO, S.A.; CARVALHO, S.P.C.; FIGUEIREDO FILHO, A.; SANQUETTA, C.R. Descrição do perfil do fuste de árvores por meio das funções de afilamento. **Scientia Agraria Paranaensis**, Marechal Cândido Rondon, v. 15, n. 4, p. 365-372, 2016. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.18188/1983-1471/sap.v15n4p365-372>. Acesso em: 14 set. 2020.
- SCHRÖDER, T.; PEREIRA, L. D.; HOFIÇO, N. S. A. Comparação de métodos de estimativa de volume total para *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden. **Floresta e Ambiente**, v. 20, n. 4, p. 480-486, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.4322/floram.2013.041>. Acesso em: 14 set. 2020.
- SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal: Parte I: modelos de regressão linear; Parte II: modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento e peso de matéria seca**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2005, 393p.
- STEPKA, F. T., ZENY JUNIOR, A. G., LISBOA, S. G., CERQUEIRA, L. C., PESCK, A. V., ROIK, M. Modelos volumétricos e funções de afilamento para *Pinus taeda* L. na região dos Campos Gerais, Paraná, Brasil. **Espacios**, v. 38, n. 21, p. 26-34, 2017.